

## **MATEMÁTICA ENSINADA: um estudo nos cadernos da escola Vera Cruz (1970-1990)**

**Denise Medina França<sup>1</sup>**

**Lucilia Bechara Sanchez<sup>2</sup>**

### **RESUMO**

O chamado Movimento da Matemática Moderna (MMM) constituiu-se em um conjunto de ações ocorridas em grande parte do mundo, originadas pelo descompasso entre o desenvolvimento da disciplina Matemática e o ensino, que, de um modo geral objetivava modernizar o ensino de Matemática, incentivando a participação de professores em eventos onde era debatido o tema, sobretudo na década de 1960. Em grande medida, as séries iniciais, currículos e Programas foram influenciados pelos estudos do educador matemático húngaro Zoltan Dienes (1916 – 2014) quando divulgava seus estudos no Brasil por meio de grupo de estudos, principalmente o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM). Nesse cenário, o presente trabalho vincula-se ao projeto mais amplo: *A matemática e os primeiros anos escolares: processos de internacionalização, institucionalização, profissionalização e circulação (1880-1970)*, desenvolvido pelo Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil (GHEMAT), os quais distinguem saberes a ensinar e saberes para ensinar, tratados sob o ponto de vista histórico, enquanto produtos da cultura escolar como tentativa de emancipação. Tratamos nesse trabalho sobre a matemática ensinada na escola Vera Cruz Vera Cruz (SP – 1970/1990), instituição que durante a década de 1970 atuou como polo de formação de professores em novas metodologias. Temos como principal objetivo analisar os saberes matemáticos presentes no conjunto de cadernos das séries iniciais. Ancorado em estudos da história da educação e da história cultural, essa análise tem como norte a questão: o que revela o conjunto de cadernos sobre a matemática ensinada nas séries iniciais da Escola Vera Cruz (1970-1990)? Concluimos que, influenciados pela Psicologia Cognitiva e o Estruturalismo, o ensino passou a explorar a Matemática como estrutura única, procurando desenvolver uma nova metodologia e, conseqüentemente, outra organização da matemática escolar, baseada na exploração de estruturas matemáticas simples, participação do aluno, utilização de material concreto estruturado e respeito aos tempos e espaços necessários para a construção dos conceitos, abstrações, generalizações e da axiomatização. Logo, era necessário ao professor além de entender a nova abordagem, elaborar uma metodologia adequada à especificidade do ensino nas séries iniciais, com maior atenção às atividades que precediam as abstrações e generalizações, objetivando a emancipação e autonomia do aluno.

**Palavras-chave:** Ensino primário. História da educação matemática. Cadernos escolares.

---

<sup>1</sup> **Docente** da Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ, Campus Maracanã.  
E-mail: denisemedinafranca@gmail.com.

<sup>2</sup> **Diretora Geral** da escola Vera Cruz Tal – São Paulo.  
E-mail: bechara.sanchez@terra.com.br

## **XV Seminário Temático**

**Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990.**

**Pelotas – Rio Grande do Sul, 29 de abril a 01 de maio de 2017.**

**Universidade Federal de Pelotas**

**ISSN: 2357-9889**

### **TEACHING MATHEMATICS: a study in the notebooks of the Vera Cruz school (1970-1990)**

#### **ABSTRAT**

The so-called Movement of Modern Mathematics (MMM) was constituted in a set of actions occurred in a great part of the world, originated by the mismatch between the development of the Mathematical discipline and the teaching, which in general aimed to modernize the teaching of Mathematics, encouraging the participation of teachers in events where the theme was discussed, especially in the 1960s. To a great extent, in the initial grades, curriculum and programs were influenced by the studies of the hungarian mathematical educator named Zoltan Dienes (1916 - 2014), who disseminated his studies in Brazil through a group of studies, mainly the Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM). In this scenario the present work is linked to the broader *Project Mathematics and the first school years: processes of internationalization, institutionalization, professionalization and circulation (1880-1970)*, developed by the Mathematical Education History Research Group in Brazil (GHEMAT), that distinguishes the knowledge to teach from the knowledge to be taught, treated from the point of view Historical, as products of school culture and therefore as consumption of a culture of "outside", as an attempt at emancipation. In our text we deal with the mathematics to teach, applied at the School Vera Cruz of São Paulo (from 1970 to 1990), an institution that during the 1970s acted as a training center for teachers in new methodologies. We have as main objective to analyze the mathematical knowledge present in the set of notebooks of the initial series. Anchored in studies of the history of education and cultural history, this analysis has as its guide the question: what do the set of notebooks on mathematics taught in the initial series of the Vera Cruz School (1965-1975) reveal? We conclude that, influenced by Cognitive Psychology and Structuralism, the education started to explore the Mathematics as a unique structure, with an emphasis on functions and relationships, seeking to develop a new methodology and consequently another organization of school mathematics based on the exploration of simple mathematical structures, the student participation, the use of structured manipulable material and the respect to the times and spaces necessary for the construction of axiomatization. Therefore, it was necessary for the teacher to understand the new approach, to elaborate a methodology appropriate to the specificity of the teaching in the initial grades, with more attention to the activities that preceded the abstractions aiming the emancipation of the student.

**Key-words:** Primary education in mathematics, mathematics education, history of mathematics education, mathematics, didactics of mathematics.

## **XV Seminário Temático**

**Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990.**

**Pelotas – Rio Grande do Sul, 29 de abril a 01 de maio de 2017.**

**Universidade Federal de Pelotas**

**ISSN: 2357-9889**

## **INTRODUÇÃO**

Este estudo está apensado a uma pesquisa de âmbito nacional, a ser desenvolvido no período de 2016 a 2019, sob a coordenação do Grupo de Pesquisa da Educação Matemática no Brasil (GHEMAT). O projeto nacional tem por objetivo central “analisar os processos de internacionalização, institucionalização, profissionalização e circulação que envolvem a matemática a ensinar e a matemática para ensinar no curso primário brasileiro” (VALENTE, 2015, p. 9). O artigo aqui apresentado – Matemática ensinada: um estudo nos cadernos da Escola Vera Cruz (1965-1990) objetiva analisar, por meio do saber matemático presente na Instituição focada no título, buscar indícios da matemática ensinada no conjunto de cadernos nas séries iniciais da Escola Vera Cruz (1965-1990).

Como sabemos a Escola Vera Cruz foi um polo de produção e circulação de metodologias da nova maneira de ensinar matemática. Grande parte das publicações direcionadas para professores a partir de 1970<sup>3</sup> são resultantes de experiências educacionais realizadas em classes-piloto, onde eram desenvolvidos projetos experimentais de renovação do ensino de Matemática. Nesses cursos, que mais tarde geraram publicações, livros, etc. são apresentadas ideias para ensinar matemática apreçada pelo professor Zoltan Dienes.

Frente à classificação do Brasil em avaliações internacionais, que têm sido divulgados na mídia, há muita discussão no momento atual sobre a matemática *a* ensinar e *para* ensinar em um curso de formação de professores das séries iniciais. Que saberes são necessários para formar um docente que exerça sua profissão com competência? Talvez o diálogo com o passado nos traga alguns indicativos de pelo menos percebermos o quanto apropriações aligeiradas de referências internacionais podem ter induzido avanços ou equívocos na formação matemática e didático-metodológica desses docentes e de alunos das escolas elementares.

---

<sup>3</sup> Para maiores informações sobre as publicações consultar (FRANÇA, 2012).

## **XV Seminário Temático**

**Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990.**

**Pelotas – Rio Grande do Sul, 29 de abril a 01 de maio de 2017.**

**Universidade Federal de Pelotas**

**ISSN: 2357-9889**

Quanto à delimitação temporal do estudo, refere-se a um período repleto de transformações em currículos e programas disparados pela promulgação da LDB 4.024, de 1961, que, dentre outras grandes alterações propostas à educação brasileira, promoveu autonomia dos Estados para criar o seu sistema de ensino.

Ainda considerando resultados das pesquisas anteriores do Grupo<sup>4</sup>, é possível sinalizarmos que, no período ora proposto, ocorreu a aglutinação de profissionais a fim de estudar novas maneiras de ensinar, e que, por meio de apropriações de referências internacionais, influíram nacionalmente na matemática *a* ensinar e na matemática *para* ensinar na escola elementar. Dessa forma, precisamos dar espaço à construção dos objetos teóricos para a análise dos processos de internalização, institucionalização, circulação e profissionalização relativas à matemática ensinada.

### **ALGUNS ELEMENTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS: a matemática para ensinar**

Para sustentar esse estudo selecionamos produções textuais que pudessem nos auxiliar na busca de respostas às questões relacionadas à matemática ensinada pelos professores da Escola Vera Cruz, em relação ao conhecimento matemático. Assim, buscamos em vários espaços, inclusive no Repositório Institucional da Universidade Federal de Santa Catarina (<https://www.repositorio.ufsc.br>)<sup>5</sup> artigos que pudessem disparar a discussão proposta.

As pesquisas em História da Educação, e particularmente da História da Educação Matemática, vêm dialogando com os aportes da História Cultural, permitindo a emergência de novas temáticas e abordagens metodológicas que valorizam como possíveis fontes históricas não apenas a legislação, mais também sujeitos, instituições, cadernos de alunos, livros, manuais, entre outros recursos.

---

<sup>4</sup>Maiores

aprofundamento

ver

[http://www2.unifesp.br/centros/ghemat/paginas/about\\_ghemat.htm](http://www2.unifesp.br/centros/ghemat/paginas/about_ghemat.htm)

<sup>5</sup> O Repositório Institucional tem como missão armazenar, preservar, divulgar e oferecer acesso a produção científica. Tem como objetivos: contribuir para o aumento da visibilidade dos pesquisadores e da produção científica; preservar a memória intelectual; reunir em um único local virtual e de forma permanente a produção científica, disponibilizando o livre acesso aos conteúdos digitais e ampliar e facilitar o acesso à produção científica de uma forma geral. Ao citarmos esse Repositório, estamos nos referindo mais especificamente ao espaço reservado à História da Educação Matemática (l'Histoire de l'éducation mathématique), localizado em <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769>>

## **XV Seminário Temático**

**Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990.**

**Pelotas – Rio Grande do Sul, 29 de abril a 01 de maio de 2017.**

**Universidade Federal de Pelotas**

**ISSN: 2357-9889**

Para o estudo vamos considerar a existência de dois tipos de profissionais que atuavam no período de estudo contemplado pelo projeto: o professor que cuidava da formação didático-metodológica em relação à matemática dos futuros docentes, a que chamaremos de professor formador (responsável pela matemática para ensinar), e o professor que atuava com a formação matemática em salas de aula do Curso Normal, a que chamaremos de professor (que cuidava da matemática a ensinar).

Ainda com base na proposta do projeto maior (VALENTE, 2016), de âmbito nacional, ao qual estamos vinculados, consideraremos os processos de internacionalização, que pauta-se na apropriação dos referenciais internacionais, realizada por professores que atuavam na Escola Vera Cruz. Esses profissionais, que tiveram o privilégio de participar de congressos e cursos no exterior, e formação na própria escola atuaram efetivamente como disseminadores dessas novas concepções, quer em suas práticas docentes junto aos alunos e nacionalmente, por meio de publicações (artigos em periódicos e manuais e livros didáticos).

Selecionamos fontes entre os arquivos disponibilizados no Repositório da UFSC, além de teses e dissertações que tratam na metodologia proposta por Zoltan Dienes. Esses documentos, entrecruzados com depoimentos orais de personagens que vivenciaram essa época, podem nos auxiliar a compreender a matemática ensinada pelos professores da Escola Vera Cruz e a representação produzida pelos professores pela apropriação das ideias de Dienes.

### **A ESCOLA VERA CRUZ**

Conforme seu site a escola Vera Cruz considera-se uma instituição educacional laica fundada em 1963 que nasceu inovadora e comprometida com a aprendizagem significativa e a construção do conhecimento para formar cidadãos responsáveis capazes de intervir em uma sociedade plural em constante transformação.

[...] A Escola é orientada por valores com uma pedagogia fundamentada na reflexão sobre a prática e na busca do conhecimento com significado valorizando a alteridade, a diversidade, a ética e a multiplicidade de linguagens. [...] se apoia na constante busca de inovação e forte investimento na formação continuada, em serviço, de

## **XV Seminário Temático**

**Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990.**

**Pelotas – Rio Grande do Sul, 29 de abril a 01 de maio de 2017.**

**Universidade Federal de Pelotas**

**ISSN: 2357-9889**

seus educadores assim como nos estudos e pesquisas que subsidiam construção de metodologias e recursos didáticos.

Diante disso, podemos dizer que com foco na aprendizagem significativa e construção de valores, a escola atraiu, na década de 70, educadoras de escolas públicas experimentais, como os ginásios vocacionais, fechadas pelo regime militar para discutirem o ensino de matemática. Esta visão levou as lideranças da Escola assumirem o Movimento da Matemática Moderna identificado com os trabalhos de Dienes e seus estudos. Assim, iniciaram um projeto experimental implantado a partir da educação infantil e se estendendo ao ensino fundamental.

### **AS IDEIAS DE DIENES: um novo programa para as séries iniciais**

A implantação das reformas do sistema de ensino visto às deliberações da Lei 4.024/1961 perpassaram diferentes estratégias. Entre elas, destacam-se os cursos de capacitação ofertados pelos Estados a seus professores e distribuição de publicações, de modo a fazer circular a representação de ensino, contendo prescrições metodológicas e diretrizes, para funcionamento das escolas, na nova estrutura organizacional da rede oficial de ensino e orientações referentes ao ofício do professor.

Pelo que se apreende do cruzamento das fontes, parece que a publicação *Un Programme de Mathématique pour Le Niveau Élémentaire*, traduzida e distribuída pelo GEEM, em 1969, foi considerado documento-base para tentar uniformizar as orientações divulgadas nos cursos para professores da rede, da Escola Vera Cruz<sup>6</sup> e de outras escolas experimentais<sup>7</sup>, visto a variedade de grupos e instituições encarregadas de produzir material de orientação aos professores das séries iniciais, de como ensinar.

Vários fatores podem ter contribuído para a escolha dessa referência. Entre eles, o prestígio dos autores junto aos professores e o sucesso de sua implementação em classes experimentais, em diversas partes do mundo. Tudo indica que foi utilizado como estratégia de convencimento aos professores sobre a adequação da nova proposta, na

---

<sup>6</sup> A Escola Vera Cruz ampliou estas fontes e emergiu no estudo das “Seis Etapas do Processo de Aprendizagem” de Dienes aprofundando os conceitos de: abstração; generalização; concretização; variabilidade perceptiva, variabilidade matemática assim como nas experiências realizadas por Dienes no Canadá e na Itália. Dienes esteve na Escola Vera Cruz, a convite, por duas vezes.

<sup>7</sup> Experimental da Lapa, Ginásio Vocacional, Instituto Municipal de experiências pedagógicas, entre outros.

## **XV Seminário Temático**

**Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990.**

**Pelotas – Rio Grande do Sul, 29 de abril a 01 de maio de 2017.**

**Universidade Federal de Pelotas**

**ISSN: 2357-9889**

medida em que o texto demonstrava como concretizar, para crianças, a nova abordagem estrutural da Matemática.

O artigo em que divulgam a nova proposta de Programa foi originalmente publicado em 1969, no Bulletin de l'Association Mathématique du Québec (AMQ)<sup>8</sup>, produzido por Zoltan Dienes, Claude Gaulin et Dieter Lunkenbein, integrantes do Centro de Pesquisas Psicomatemáticas, da Université de Sherbrooke. Segundo o texto, o novo Programa foi produto de experiências, coordenadas por Dienes, durante dez anos, em classes experimentais de Sherbrooke, Quebec. A ação aglutinadora do ISGML incentivou a colaboração de seus membros, simpatizantes das ideias de mudanças, possibilitando a experiência com o Programa em várias partes do mundo.

O estudo do texto tem a intenção de subsidiar reflexões, sobre a matemática ensinada na Escola Vera Cruz, na medida em que pretende compreender as apropriações das propostas desse Programa e a produção originada pelo consumo das representações do ideário, pelas equipes de professores da Escola responsáveis pela elaboração das atividades dos cadernos analisados.

Para tanto, de início, procuramos sintetizar as considerações dos autores sobre a necessidade de um novo *Programa de Matemática* para as séries iniciais, caracterizando as estratégias utilizadas para anunciar a nova proposta como a alternativa mais adequada e os princípios subjacentes.

Consideramos por hipótese que a matemática ensinada é produto das apropriações do *Programa* pela equipe da Escola Vera Cruz, responsáveis em preparar as atividades. Dessa forma, cotejando os cadernos com o *Programa*, buscamos indícios das apropriações e ao mesmo tempo caracterização da matemática ensinada, em tempos do MMM, alimentando a reflexão sobre as práticas do professor, hoje.

No artigo GEEM (1969) (repetir qual), o *Programa* exposto é estruturado da seguinte maneira: I Introdução, II Concepções Subjacentes ao Programa, 1 Concepções matemáticas, 1.1 Conteúdos do Programa, 2 Princípios psicológicos, 3 Princípios pedagógicos.

Na Introdução, os autores apresentam a proposta de Programa para a escola elementar, produzindo a urgente necessidade de mudanças no ensino, de modo a abarcar

---

<sup>8</sup> Disponível em <<http://newton.mat.ulaval.ca/amq/archives/titre.html>>. Acesso em 10 de nov. 2011.

## **XV Seminário Temático**

**Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990.**

**Pelotas – Rio Grande do Sul, 29 de abril a 01 de maio de 2017.**

**Universidade Federal de Pelotas**

**ISSN: 2357-9889**

as demandas contemporâneas e superar problemas. A estratégia para convencimento da pertinência da nova proposta assemelha-se ao estilo que Dienes utiliza, ou seja, a crítica ao antigo, indicando limitações e enaltecendo o novo.

A que fatores se deve essa situação atual do ensino de matemática? Sem dúvida, à ignorância de muitos matemáticos sobre os problemas psicológicos inerentes à aprendizagem da matemática. Sem dúvida também, ao conhecimento muito superficial dessa disciplina por numerosos psicólogos.

(GEEM, 1969, p. 1).

Após as críticas ao antigo, os autores passam a discutir as dificuldades de produção de um programa que satisfaça a todas as necessidades de uma sociedade em constante evolução. Segundo eles (GEEM, 1969, p. 29), “é uma tarefa difícil e exigente”, visto que o novo tratamento dado à Matemática envolve muitas variáveis. Ora, isto significa que um dos fatores mais relevantes para o sucesso é a necessidade de oferecer à criança, possibilidades de intervenção, em um meio rico de situações que objetivem atender aos objetivos da Matemática, no estado atual, isto é, adequadas aos mais recentes estudos do desenvolvimento psicológico.

Talvez, pelas dificuldades apontadas para elaboração de um programa que considere a abordagem estrutural da Matemática, favoreça a construção de estruturas matemáticas, de acordo com os mais recentes estudos do desenvolvimento psicológico. Os autores sustentem que a proposta ainda está em construção e, por isso, sujeita a mudanças significativas em razão das adaptações exigidas pela divulgação dos resultados das pesquisas mais recentes, tanto na Matemática como da Psicologia.

Podemos observar nos cadernos analisados preocupações com as estruturas matemáticas elementares. Encontramos atividades explorando estruturas de ordem algébricas e topológicas. Como nos exemplos

## XV Seminário Temático

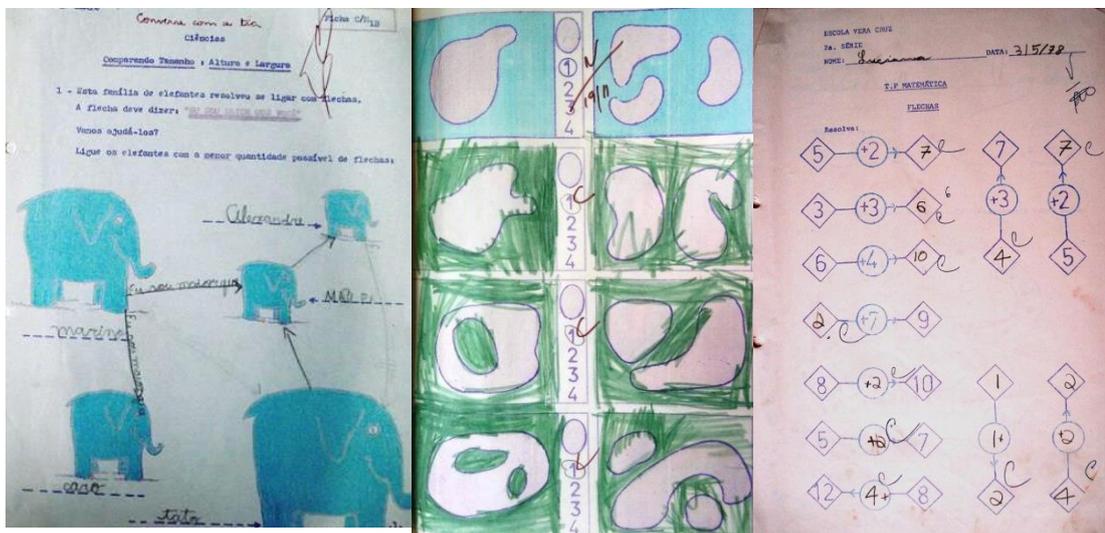
Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990.

Pelotas – Rio Grande do Sul, 29 de abril a 01 de maio de 2017.

Universidade Federal de Pelotas

ISSN: 2357-9889

**Figura 1:** Estrutura de ordem, algébrica e topológica.



**Fonte:** Arquivo pessoal Bechara

Cabe, aqui, observar que no texto do *Programa*, há sinais marcantes dos princípios que norteiam a proposta, que revelam uma representação de ensino e aprendizagem atrelada à Matemática, Psicologia e Pedagogia, fundamentalmente cognitivista, apoiada, de maneira explícita, na Epistemologia Genética de Piaget.

Outra característica marcante é a incompletude apontada pelos autores, que ressaltam a contínua construção atribuída por eles, consequência das adaptações exigidas: “Naturalmente nessa perspectiva, a elaboração de um programa moderno, não admite solução única”. “[...] O programa é moderno e em contínua construção, sendo uma entre várias maneiras adequadas de ensinar matemática.” (GEEM, 1969, p. 1).

Percebem-se, nessa afirmação, diferenças em relação à maneira com que Dienes apresenta suas propostas metodológicas, em outras obras, anunciando-as como sendo a única alternativa adequada. Tudo indica que o lugar de produção do artigo, periódico com distribuição em várias partes do mundo, determinou a mudança. Diferentemente, as críticas ao antigo são mais brandas e admitem a possibilidade da existência de outras propostas, também pertinentes.

As concepções matemáticas subjacentes ao *Programa* é o primeiro eixo trazido à discussão. Descrevem um cenário carente por reformas nos programas de Matemática e informam ao leitor algumas condições que permitiram as ações para mudanças, em classes experimentais. Citam os avanços da disciplina, principalmente decorrentes aos

## **XV Seminário Temático**

**Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990.**

**Pelotas – Rio Grande do Sul, 29 de abril a 01 de maio de 2017.**

**Universidade Federal de Pelotas**

**ISSN: 2357-9889**

trabalhos do Grupo Bourbaki, como determinantes para a nova concepção da matemática, a qual, apoiada na teoria dos conjuntos, tratada como uma estrutura única enfatiza as estruturas matemáticas, possibilitando melhor visualização de suas aplicações e possíveis relações com outras disciplinas.

Após definirem sua proposta como um *Programa* moderno indicam a opção pelas estruturas matemáticas e lógicas, noções unificadoras de relações, funções (operadores) e morfismos<sup>9</sup>. Não obstante, a polêmica entre os matemáticos sobre a pertinência do ensino de estruturas matemáticas para crianças, o *Programa* parte da hipótese que é possível trabalhar as estruturas matemáticas na escola elementar para desenvolver o raciocínio lógico e as competências necessárias para compreensão e apropriação das matemáticas pelas crianças.

A necessidade de acentuar as estruturas matemáticas, em vez de condicionar as crianças, a certos comportamentos em resposta a certos estímulos, foi sublinhada fortemente durante recentes encontros nacionais e internacionais nos quais estavam reunidos matemáticos, psicólogos.

(GEEM, 1969, p. 3).

Outro diferencial do *Programa* refere-se à maneira de exploração dos conteúdos matemáticos em uma proposta de ensino para a escola elementar. Defendem que, diferentemente dos programas antigos, a Matemática deve ser única:

Antigamente a matemática era apresentada como uma justaposição de numerosos assuntos: aritmética, geometria, álgebra, análise, etc. Mas, em consequência da reestruturação de que foi objeto desde o início do século, a matemática conquistou uma Unidade (Por quanto tempo?) longamente ambicionada. (GEEM, 1969, p. 5)

Para isso, os conteúdos são distribuídos em cinco caminhos, que devem ser explorados paralelamente e com aprofundamento gradativo, interligados, mantendo sua integridade, por meio da presença, em todos eles, de conceitos, estruturas e elementos unificadores, expressos no Caminho 1.

---

<sup>9</sup> Ver caderno <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/173794>

## XV Seminário Temático

### Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990.

Pelotas – Rio Grande do Sul, 29 de abril a 01 de maio de 2017.

Universidade Federal de Pelotas

ISSN: 2357-9889

#### Quadro 1 – Conteúdos Matemáticos, distribuídos em caminhos

CAMINHOS	CONTEÚDOS MATEMÁTICOS
<b>Caminho 1</b> <b><u>Algébrico</u></b>	<ul style="list-style-type: none"><li>⤴ Noções de conjuntos (conjuntos de elementos, pertinência, complemento, intersecção, reunião, conjunto de conjuntos, inclusão, etc.). Representações por meio de Diagramas de Venn ou Carroll;</li><li>⤴ Relações, operadores, grupos, etc.;</li><li>⤴ Diagrama de relações de equivalência, de diferença, de ordem, etc. Propriedades das relações binárias, reflexibilidade, transitividade, simetria, etc.;</li><li>⤴ Operadores (no sentido de aplicação ou função), com casos particulares de relações. Relação entre operadores e entre cadeias de operadores. Operações binárias, comutatividade, associatividade, distributividade;</li><li>⤴ <i>Concretizações</i> variadas de estruturas matemáticas fundamentais: grupos, álgebra booleana, anéis, espaços vetoriais, (ou módulos sobre um anel), etc. Concretizações de isomorfismos e automorfismos de estruturas;</li><li>⤴ Introdução à axiomatização.</li></ul>
<b>Caminho 2</b> <b><u>Aritmético</u></b>	<ul style="list-style-type: none"><li>⤴ Aprendizagem do número natural a partir de conjuntos. Relações e operadores numéricos. Relações entre os operadores e cadeias de operadores numéricos;</li><li>⤴ Bases de numeração - As quatro operações aritméticas. Comutatividade, associatividade, distributividade. Generalização para os números racionais positivos;</li><li>⤴ Potências, logaritmos, raízes;</li><li>⤴ Introdução dos números negativos (a partir dos operadores aditivos ou como casos particulares de vetores);</li><li>⤴ A reta numérica, o plano, e o espaço cartesiano;</li><li>⤴ Generalização para polinômios. Formas proposicionais e conjunto solução;</li><li>⤴ Concretizações no domínio numérico das estruturas de grupo, anel, corpo;</li><li>⤴ Classes resto (módulo <math>n</math>).</li></ul>
<b>Caminho 3</b> <b><u>Lógico</u></b>	<ul style="list-style-type: none"><li>⤴ Propriedades (atributos) de objetos ou de conjuntos de objetos. Operações sobre as propriedades: negação, conjunção, disjunção, implicação, equivalência. Representação dos maiores conjuntos associados às propriedades, com ajuda de diagramas de Venn e Carroll, de redes lógicas, de árvores ou cartões perfurados;</li><li>⤴ Iniciação à análise combinatória;</li><li>⤴ Propriedades compostas (cadeias escritas corretamente). Relações entre propriedades compostas;</li><li>⤴ Regras de inferência; métodos de raciocínio;</li><li>⤴ Tabelas de verdade. Quantificador existencial e universal.</li></ul>
<b>Caminho 4</b> <b><u>Geométrico</u></b>	<ul style="list-style-type: none"><li>⤴ Figuras geométricas planas e no espaço. Relações entre as figuras geométricas;</li><li>⤴ Noções topológicas (fronteiras, regiões, conexidade, etc.), projetivas (retas, intersecção, conexidade, etc.), afins (paralelismo, similitude, etc.); euclidianas (distâncias, ângulos, etc.);</li><li>⤴ Medidas arbitrárias convencionais;</li><li>⤴ Operadores sobre figuras geométricas (transformações): simetrias, translações, rotações, homotetias e suas invariantes. Relações entre operadores e entre cadeias de operadores geométricos. Simetrias e rotações de poliedros regulares;</li><li>⤴ Concretizações de natureza geométrica de grupos matemáticos e de isomorfismos</li></ul>

## XV Seminário Temático

### Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990.

Pelotas – Rio Grande do Sul, 29 de abril a 01 de maio de 2017.

Universidade Federal de Pelotas

ISSN: 2357-9889

- de grupos. Diagrama de grupos. Relações definidoras num grupo;
- ▲ Introdução à axiomatização;
- ▲ Transformações geométricas no plano com ajuda de coordenadas;
- ▲ Concretizações de módulos (sobre o anel dos inteiros) e de espaços vetoriais.

#### Caminho 5

#### Probabilístico e Estatístico

- ▲ Conteúdo ainda em estudo.

Fonte: FRANÇA, 2012

Dienes produziu uma teoria sobre os processos de abstração de um conceito matemático. De acordo com ele, esse processo ocorre encadeado e gradualmente, em seis etapas do processo de ensino aprendizagem. A novidade do enfoque, aqui, é para o estudo com crianças no estágio das operações concretas, período referente à escola elementar. Durante os períodos sensório-motor, simbólico e das operações concretas ocorre uma grande elaboração operativa de coordenações de atividades e de estruturas elementares, imprescindíveis para a compreensão pela criança dos conceitos matemáticos “elementares” exigidos na escola.

Baseado em estudos psicomatemáticos desenvolvidos em diferentes meios, Dienes estabelece que nesse período pode-se distinguir três fases para todo o processo de abstração de um conceito matemático. A cada novo conceito abstraído por meio da exploração de suas relações com outros já adquiridos, originam-se outros, mais complexos.

Na primeira fase do processo, as crianças exploram livremente os materiais e jogos, depois passam para a segunda fase, em que manipulam e exploram as regras dos jogos, tentando descobrir semelhanças entre elas. Na fase seguinte podem tentar construir isomorfismos que colocam em correspondência os elementos e as propriedades análogas nos diversos jogos. Assim, podem progressivamente chegar à abstração de um conceito, que pode servir de ponto de partida para novas abstrações.

De acordo com o autor, depois de vencidas as três fases, a criança poderá, posteriormente, completar o ciclo de compreensão de um conceito matemático. Esse processo será ferramenta intuitiva que facilitará a aprendizagem eficaz da Matemática, cada vez mais formal. “[...] O objetivo visado no curso elementar é fazer com que cada aluno adquira uma bagagem de experiências concretas variadas a respeito dessas

## **XV Seminário Temático**

**Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990.**

**Pelotas – Rio Grande do Sul, 29 de abril a 01 de maio de 2017.**

**Universidade Federal de Pelotas**

**ISSN: 2357-9889**

estruturas a fim de atingir um certo grau de generalidade em alguns conceitos fundamentais.” (GEEM, 1969, p. 5).

Visto a quantidade de questões levantadas em Congressos Internacionais, o conceito de *concretizações múltiplas* é bastante discutido e polêmico. Uma delas refere-se à necessidade de maiores estudos sobre a real eficácia do uso de material concreto, que pode desviar a atenção da aprendizagem: “[...] pode atrapalhar o aprendizado, distraindo o aluno dos elementos essenciais exemplificando e detalhando demais os aspectos físicos?” (UNESCO, 1966, p. 11).

Parece que, movido pelas polêmicas sobre a pertinência de suas propostas, Dienes dedica atenção especial no texto de proposta do Programa para responder e qualificar suas ideias, por meio de exemplos de sucesso.

Para esclarecer o conceito “colocar a criança em presença de concretizações múltiplas”, daremos um exemplo: como serão tratados os conjuntos no curso elementar? Através de múltiplas atividades as crianças se encontrarão em presença de coleções concretas de objetos (blocos, bolinhas, cartões, etc.) ou de suas representações gráficas. Será inicialmente sobre esses objetos ou suas representações que elas efetuarão as operações de reunião, intersecção, complementação, etc. Assim, graças a uma interação com a realidade material, as crianças abstrairão progressivamente os conceitos de conjunto, pertinência, intersecção, etc. (GEEM, 1969, p. 4).

Também, ao longo do texto, defende-se a conveniência da aprendizagem por descoberta. Deve ser salientado que a atividade experimental não é de forma alguma unânime em seu apoio à aprendizagem pela descoberta. Aliás, a discordância pode ser verificada no Relatório de Hamburgo (UNESCO, 1966, p. 12): “uma variedade de fontes sugere que é muito difícil gerar condições de sucesso para este tipo de aprendizagem”.

### **OS CADERNOS: produção em grupo**

O início do trabalho de coleta e seleção das fontes, que “juntou os cacos”, demonstrou a necessidade de retomar a trajetória planejada de construção do objeto de estudo, que é a matemática ensinada. Nessa etapa do mapeamento dos cadernos, iniciamos a coleta, traçando alguns protocolos: descrição material, ano, série, conteúdos abordados, sequencia de conteúdos, tipos de atividades, etc.

## XV Seminário Temático

### Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990.

Pelotas – Rio Grande do Sul, 29 de abril a 01 de maio de 2017.

Universidade Federal de Pelotas

ISSN: 2357-9889

Como analisar os cadernos? Optamos, em razão das fontes o caminho a seguir: leitura do conjunto de cadernos e registros, em forma de lista, dos tipos de exercícios constantes dos cadernos, tendo em vista a natureza da atividade neles privilegiada. Após fichamento de cada um, construímos uma tabela no Microsoft Excel, com as informações, obtidas, tentando levantar categorias.

Tem-se, nesse caso, uma planilha referente a diferentes anos e séries, obtendo-se, assim, uma visão global do conjunto de propostas ao longo do período estudado. Pode-se, também, comparar conjuntos de tarefas privilegiadas ao longo de ano, entre diferentes anos numa mesma escola, entre turmas, tendo em vista o universo e diversidade dos materiais disponíveis. Assim podemos concretizar um modo de sistematização dos dados, uma visão “panorâmica” do jardim de Infância a 5ª série do ensino fundamental<sup>10</sup>.

Trata-se de fichários com várias atividades de Matemática, que são colocadas na pasta conforme sua execução.

A análise dos cadernos teve início com a leitura de um conjunto de cadernos e registros, em forma de lista, dos tipos de exercícios constantes dos cadernos, tendo em vista a natureza da atividade neles privilegiada. Foram analisados onze cadernos de atividades de 3 alunos da Escola Vera Cruz no período de 1975 a 1986, correspondendo as séries iniciais. Cinco desses cadernos já estão disponíveis no Repositório da UFSC.

Os conteúdos matemáticos trabalhados nas fichas se orientam pela Matemática Moderna desenvolvida pelo grupo Bourbaki entendida como estruturalista. Identificamos em todos os cadernos atividades envolvendo os caminhos postos por Dienes. As atividades exploram: **lógica e conjuntos** (classificação, seriação, ordenação, sequências; possibilidades; pertinência, intersecção); **números naturais** e a contagem (correspondência biunívoca, agrupamentos em diferentes bases, escrita de números; construção do **sistema de numeração** em diferentes bases; **geometria**: noções de topologia como interior, exterior, mesma região; noções de simetria; noções de direção; trajetória organização matricial).

---

<sup>10</sup> Atualmente, o Ensino Fundamental tem nove anos, e a nomenclatura correta para o que chamamos no texto de primário é Ensino Fundamental I (1º ao 5º ano) e para ginásio é Ensino Fundamental II (6º ano ao 9º ano).

## **XV Seminário Temático**

**Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990.**

**Pelotas – Rio Grande do Sul, 29 de abril a 01 de maio de 2017.**

**Universidade Federal de Pelotas**

**ISSN: 2357-9889**

De acordo com depoimento oral, de Bechara, coordenadora do projeto da Instituição, os saberes elementares matemáticos para ensinar eram produzidos com a construção/reconstrução dos conhecimentos relativos ao tema a ser ensinado e a ressignificação dos conteúdos matemáticos aprendidos nas escolas e na vida pelos professores agora com os parâmetros da matemática moderna.

Esta reconstrução e ressignificação pelo professor abria espaço para uma reflexão sobre a subjetividade do conhecimento, o poder da cultura e a apropriação do conhecimento assim como a produção da matemática para ensinar. Para a relação entre a matemática a ensinar e o sujeito que aprende (no caso o aluno) eram considerados os aspectos motivacionais e do desejo assim como a inserção na cultura e conceito de cidadão que se deseja formar para continuar aprendendo e transformando com interesse, compreensão e significado.

As fichas de trabalho para utilização na sala de aula eram produzidas e/ou sugeridas pela coordenação ou escolhidas pelos professores, em grupo, com foco nos objetivos de aprendizagem. As avaliações e auto avaliações constituíram ponto importante da construção dos saberes a ensinar.

As fichas sobre a matemática ensinada revelam: 1) *desenvolvimento de competência investigativa – descoberta de “atributos” e sua negação, de regularidades e regras ou segredos*; 2) *raciocínio lógico – conexões entre descobertas e atividades* 3) *competências para classificação e ordenação assim como quantificação e nomeação de quantidades*; 4) *observação e Criatividade* 5) *codificação e formalização*.

Foram saberes necessários: *a matemática a ensinar; a compreensão da subjetividade do sujeito que ensina e que aprende e sua influencia na aquisição do conhecimento; a compreensão da cultura e do poder nas organizações; os fundamentos das didáticas das disciplinas; a critica e a reflexão sobre o conhecimento; a compreensão do sentido da inovação; a compreensão do cidadão consciente num mundo em transformação*.

Entrecruzando depoimento oral com as fichas de trabalho, podemos inferir que para esse tipo de aula o professor precisava abandonar a ideia de respostas prontas assim como corrigir pelo certo e errado e aprender a interagir com a classe, abrir espaço para discussão, conclusões, levantamento de questões, ouvir os alunos e aprender com eles.

## **XV Seminário Temático**

**Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990.**

**Pelotas – Rio Grande do Sul, 29 de abril a 01 de maio de 2017.**

**Universidade Federal de Pelotas**

**ISSN: 2357-9889**

Alguns princípios norteadores observados:

**1- consideração dos conhecimentos prévios dos alunos para a definição dos objetivos e preparação das aulas abrindo o espaço de escuta** e a crença de que o professor aprende quando ensina e quando aprende ensinar, tal como fala a frase cheia de sabedoria do educador Paulo Freire: “quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender”.

**2- reconhecimento de que a diversidade precisa ser levada em conta**, assim como os casos de inclusão admitindo que somos diferentes: nos nossos interesses, competências, repertórios e maneiras de aprender. Ouvir colegas e alunos e ensiná-los a ouvir.

**3- entendimento da sala de aula e da escola como um espaço de interatividade e compartilhamento.** Aprender a troca de ideias, a participação e a cooperação; gerenciar e promover perguntas abertas com respostas opinativas, problemas com várias soluções e desafios.

**4- consideração da formação de atitudes e valores como objetivos e meios para aumentar as competências e os conhecimentos dos alunos.** Acreditar que atitudes e valores são adquiridos no processo e relacionados aos conteúdos e técnicas ensinados.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Ensinar matemática, considerando a nova abordagem estrutural, adequada e aplicável ao desenvolvimento cognitivo das crianças, exige um professor com conhecimento profundo da disciplina, ou seja, com aportes teóricos suficientes para oferecer às crianças um meio profícuo com maiores possibilidades de interação, frente a situações didáticas variadas, com maiores chances para concretizar ideias abstratas inerentes ao processo de abstração de conceitos matemáticos.

As publicações produzidas pelas escolas experimentais foram mediadoras entre teoria e prática, já que procuravam apresentar modelos de práticas viáveis de serem utilizadas para crianças. Por esse motivo, era de grande abrangência entre os professores e circulavam em várias instâncias até mesmo fora das escolas públicas, como em cursos oficiais, ministrados para professores da rede pública, modelos de atividades para livros

## **XV Seminário Temático**

**Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990.**

**Pelotas – Rio Grande do Sul, 29 de abril a 01 de maio de 2017.**

**Universidade Federal de Pelotas**

**ISSN: 2357-9889**

didáticos, curso de capacitação de professores oferecidos por outras instituições, bibliografia de currículos e programas de outros estados brasileiros, e para programas de televisão.

Essa exigência pressupõe um professor com conhecimento profundo da disciplina, ou seja, com aportes teóricos suficientes para oferecer às crianças um meio profícuo com maiores possibilidades de interação, frente a situações didáticas variadas, com maiores chances para concretizar ideias abstratas, inerentes ao processo de abstração de conceitos matemáticos.

Vale destacar que alguns valores institucionais estão refletidos nos cadernos analisados como: autonomia e protagonismo; diversidade; comprometimento com a aprendizagem; valorização do conhecimento construído; reflexão crítica; rigor conceitual; pensamento laico; valorização da estética e das linguagens; criatividade e cooperação.

Em síntese, tudo leva a crer que a representação sobre o que é um programa adequado de Matemática na escola elementar pode ser aquele que deve ser acompanhado de cursos de formação de professores constante e particularmente da formação em serviço a partir de um projeto pedagógico. Além disso, o sucesso está condicionado a um caminhar conjunto entre matemáticos, psicólogos e pedagogos.

Podemos dizer que os autores constroem e apresentam a representação, emergindo a necessidade de repensar o ensino para crianças: abordagem estrutural da disciplina, novas metodologias adequadas às descobertas da Psicologia e Pedagogia sobre como as crianças aprendem, ou melhor, um programa, fundamentalmente cognitivista, apoiado de maneira explícita na epistemologia genética de Piaget. Nada será possível sem liderança na Escola e possibilidade de trabalho em equipe, formação continuada, em serviço, a partir de um Projeto Pedagógico compartilhado.

## **REFERENCIAS**

DIENES, Z; GAULIN, C.; LUNKENBEIN, D.; Um programa de matemática para o nível elementar (1ª parte). In: **Bulletin de I' A.M.Q.** Tradução Anita R. Berardinelli. São Paulo: GEEM, 1969. 17 p.

FRANÇA, Denise Medina de Almeida. **A produção oficial do Movimento da Matemática Moderna para o ensino primário do estado de São Paulo (1960-1980).** Dissertação de Mestrado EM Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica

## XV Seminário Temático

**Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990.**

**Pelotas – Rio Grande do Sul, 29 de abril a 01 de maio de 2017.**

**Universidade Federal de Pelotas**

**ISSN: 2357-9889**

de São Paulo-PUC-SP, 2007. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/135358>. Acesso em 27 jan. 2017.

\_\_\_\_\_. **Do primário ao primeiro grau:** as transformações da matemática nas orientações das Secretarias de Educação de São Paulo (1961 - 1979). Educação. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação. USP, 2012. Disponível em <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-14052013-103937/pt-br.php>>. Acesso em: 25 abr. 2014.

SANCHEZ, Alessandra Bechara **Caderno de Matemática**. Jardim II, SP, 1974.

\_\_\_\_\_. **Caderno de Matemática**. 1ª série, SP, 1976.

\_\_\_\_\_. **Caderno de Matemática**. 4ª série, SP, 1979. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/173384>  
Acesso 01 mar. 2017

SANCHEZ, Marcus Bechara. **Caderno de Matemática**. Jardim III, SP, 1979.

\_\_\_\_\_. **Caderno de Matemática**. 1ª série, SP, 1980. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/173794>. Acesso 01 mar. 2017.

\_\_\_\_\_. **Caderno de Matemática**. 3ª série, SP, 1982. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/173385>. Acesso 01 mar. 2017.

SANCHEZ, Fábio Bechara. Matemática II (5ª série C). São Paulo: Escola Vera Cruz, 1986. **Caderno de Matemática II, 5ª série**, SP, 1986. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/173438>. Acesso 01 mar. 2017

\_\_\_\_\_. **Caderno de Matemática**. São Paulo: Escola Carandá, 1984. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/173430>. Acesso 01 mar. 2017

UNESCO; ISGML. **Relatório de Hamburg** Mathematics in primary education: learning of mathematics by young children. Hamburg: UNESCO, 1966.

VALENTE, Wagner. A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: os saberes para a formação do educador matemático. In: HOFSTETTER, R; VALENTE, W. (orgs.). **Saberes em (trans.): tema central da formação de professores**, 2016(no prelo) formação.