

O ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO: passado e presente revelados em cadernos escolares

Barbara Winiarski Diesel Novaes¹
Fernanda Fatima Ratajczyk Turra²

RESUMO

Tendo por pressuposto que os cadernos escolares são fonte de pesquisa privilegiada para compreender práticas pedagógicas (CHARTIER, 2007; VIDAL, 2005) inseridas numa cultura escolar (JULIA, 2001) produtora de conhecimento (CHERVEL, 1990) o estudo objetivou verificar em cadernos escolares dos anos iniciais do presente (2015) e do passado (1974) como a multiplicação (VERGNAUD, 1990, 2007; NUNES, 2005) foi e está sendo trabalhada. Uma primeira observação que pode ser feita após a verificação das tarefas propostas nos cadernos dos dois alunos é que os conteúdos transformam-se ao longo do tempo, e nos cadernos, isto é visível. No caderno da atualidade, percebemos que o professor trabalhou com problemas do campo multiplicativo diversificados, porém eles ainda têm uma visão estreita a este respeito, ou seja, utilizam as atividades sem perceber o motivo e a importância dessa diversificação, que é tão necessária para a aprendizagem dos alunos.

Palavras-chave: Ensino e aprendizagem da Matemática. Campo multiplicativo. Anos iniciais. Cadernos escolares.

INTRODUÇÃO

Como saber o que é realmente ensinado sobre multiplicação nas séries iniciais no presente e em tempos passados? De acordo com Anne-Marie Chartier:

Os cadernos escolares podem nos ajudar a entender o funcionamento da escola de uma maneira diferente da veiculada pelos textos oficiais ou pelos discursos pedagógicos. Por essa razão, compreendemos o interesse dos historiadores por essas fontes que escaparam ao seu destino natural, a destruição (CHARTIER, 2007, p.14).

¹ **Docente** da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, Campus Toledo.
E-mail: barbaradiesel@yahoo.com.br.

² **Docente** da Secretaria de Educação do Estado do Paraná - SEEDPR .
E-mail: fernanda.no.msn@hotmail.com

Quando nos limitamos ao campo multiplicativo, nos referimos a “todas as situações que requerem multiplicação, divisão, ou uma combinação de tais operações” (VERGNAUD, 1990, p.146). Para este estudo nos limitaremos somente as situações que requerem a multiplicação. Nas questões de ensino, Alencar (2014) afirma que: “há uma maior dificuldade de professores e alunos nesses conteúdos” (p.269) e há uma “lacuna por parte dos professores no campo multiplicativo” (STERAPRAVO, 2010, p.4).

Segundo Canoas (1997, p.8)

1) As professoras têm uma visão estreita do campo conceitual multiplicativo, principalmente no que diz respeito a exploração das situações presentes nesse campo; e 2) as professoras tendem a utilizar conceitos e procedimentos dentro de um domínio de validade que não são verdadeiros em outros domínios, sem contudo ter um entendimento claro do que é possível e do que não é possível ser conectado nesses domínios. (CANOAS, 1997, p.8)

Canoas (1997) fala de conceitos e procedimentos válidos dentro de um único domínio referindo-se ao fato de que muitos professores veem a multiplicação somente como a adição de parcelas iguais, o que é válido somente no contexto dos números naturais.

Referindo-se ao trabalho do professor, Vergnaud (2009) afirma ser fundamental um “conhecimento aprofundado do conteúdo a ser ensinado e as relações desse conteúdo com a atividade possível da criança” (VERGNAUD, 2009, p.15).

Recentemente, ao estudar os trabalhos de Hofstetter e Schneuwly (2009, p.13) aprimoramos o entendimento que os conhecimentos fundamentais para o ensino primário não seguem necessariamente o estatuto dos estudos posteriores. Portanto, neste estudo, tomaremos cuidado ao analisar práticas do ensino primário com os olhos de especialistas em matemática que somos. Hofstetter e Schneuwly (2009, p.8) definem dois tipos de saberes de referência para a prática profissional: “o saber a ensinar representado como *objeto* da docência; e o saber para ensinar caracterizado como *ferramenta* profissional do professor” (p.8). Por exemplo, existe o conteúdo matemático, o saber a ensinar, mas para ensiná-lo o professor precisa saber os modos como o aluno aprende, como ocorre a transformação no aprendizado, etc. Além disso, os saberes de referência não são considerados como elementos essenciais da identidade profissional, mas sim o saber da experiência que embebidos de saberes científicos são transformados em saberes da

profissão num processo lento de construção de práticas e conhecimento profissional (HOFSTETTER, SCHNEUWLY, 2009, p.18).

Portanto este trabalho pretende responder a seguinte questão: O que cadernos escolares do presente (2015³) e do passado (1974) revelam sobre como a multiplicação foi e está sendo trabalhada nas séries iniciais? De que forma é trabalhado o conteúdo de multiplicação nestes cadernos?

Os cadernos escolares, com suas potencialidades e também limitações, que auxiliam a compreender “a escola como produtora de uma cultura própria e original, constituída por e constituinte, também, da cultura social” (VIDAL, 2005, p.5). Dando suporte a esta afirmação, destacamos os trabalhos de André Chervel (1990) que analisa a escola como um “espaço criativo” e Dominique Juliá (2001) quando define a cultura escolar “como um conjunto de *normas* que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de *práticas* que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos” (p.10).

Os cadernos escolares podem auxiliar no entendimento sobre as práticas escolares e da maneira como alunos e professores “constituíram inteligibilidades e suscitaram a investigação sobre as diferenciadas formas de sua apropriação, oferecendo ao pesquisador índices sobre as relações pretéritas dos sujeitos com a materialidade escolar” (VIDAL, 2005, p.24).

Segundo (CHARTIER, 2007, p.13) “Os cadernos escolares são um material pouco utilizado nas pesquisas históricas, devido à sua extrema fragilidade. Eles fornecem, entretanto, testemunhos insubstituíveis a respeito dos exercícios escolares, das práticas pedagógicas e do desempenho dos alunos no contexto da sala de aula.”.

Outra defesa na utilização de cadernos escolares vem com os trabalhos de GVIRTZ (2009, p.121) quando afirma que o caderno não é um simples suporte físico, mas um dispositivo cuja articulação gera efeitos. O caderno constitui, junto com outros elementos, um estruturante da dinâmica da sala de aula.

O objetivo do trabalho foi verificar em cadernos escolares dos anos iniciais do presente (2015) e do passado (1974) como a multiplicação foi e está sendo trabalhada.

³ Pesquisa aprovada pelo comitê de ética da Universidade Tecnológica Federal do Paraná sob o número CAAE 54379316.4.0000.5547.

Foram verificadas tarefas que envolviam a multiplicação em dois cadernos escolares: a) um caderno de um aluno do segundo ano (2015) e b) um caderno de um aluno do terceiro ano (1974).

Neste trabalho, por mais que tenhamos a intenção de analisar um saber a ensinar, a multiplicação, nos cadernos escolares, o saber a ensinar não se dissocia do saber para ensinar, pois estamos falando da materialidade de práticas.

PENSANDO SOBRE A MULTIPLICAÇÃO...

Talvez haja quem nos questione a respeito do grau elevado de importância que estamos a dar neste tema, para estes cabe-nos colocar a ideia de Franchi (2010), que ao realizar um estudo com a resolução de problemas do campo multiplicativo argumentou:

Ocupar-nos-emos, sobretudo, das situações iniciais, porque a influência dessas situações na constituição dos significados das operações matemáticas e os danos causados pelo descarte dessa influência no ensino são mais fortemente identificados comparativamente às mais avançadas (FRANCHI, 2010, p.191).

Vale ressaltar que “o invariante conceitual do raciocínio multiplicativo é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis (ou duas grandezas ou quantidades). Qualquer situação multiplicativa envolve duas quantidades em relação constante entre si” (NUNES⁴, 2005, p.85).

Segundo Vergnaud (1990, p.135) “um conceito não se reduz à sua definição”, uma vez que não vale para uma única situação, mas para uma heterogeneidade de situações e, por outro lado, uma situação não se reduz a um único conceito. Portanto Vergnaud distingue duas grandes categorias de relações multiplicativas, sendo elas o isomorfismo de medidas e o produto de medidas que englobam problemas que podem ser identificados “segundo a forma de relação multiplicativa, segundo o caráter discreto ou contínuo das quantidades em jogo, segundo as propriedades dos números utilizados, etc” (VERGNAUD, 2009, p.260).

⁴ Vale salientar que no caderno 4 do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Operações na resolução de problemas (BRASIL, 2007, p.81) essa autora é mencionada como sugestão de leitura aos participantes.

Segundo Vergnaud (2009, p.239-260) o isomorfismo de medidas é uma relação quaternária entre quatro quantidades, sendo que duas quantidades são medidas de certo tipo e outras duas de outro tipo. Os problemas desta categoria podem ser com uma das quantidades igual a um ou uma proporção múltipla onde não há a necessidade de que uma das medidas seja igual a um (regra de três para resolver), ou ainda problemas de um mesmo espaço de medida como podemos observar no quadro 1:

Tenho três pacotes de iogurte. Há 4 pacotes em cada pacote. Quantos iogurtes eu tenho?	Vou comprar 12 garrafas de vinho a R\$19,50 por três garrafas. Quando vou gastar?	São necessários 2 metros de tecido para fazer uma saia. São necessários três vezes mais para se fazer um conjunto. Quanto de tecido é necessário para se fazer um conjunto?
--	---	---

Quadro 1: Três tipos de problemas do campo multiplicativo
Fonte: Vergnaud (2009, p.239-240;262).

Como este trabalho tem como foco a multiplicação tomaremos o primeiro e o terceiro exemplo do quadro 1 para o nosso estudo.

Pensando na proporção onde uma das quantidades relacionadas é igual a um, Nunes (2005) diz que o pensamento envolvido nesses problemas é o de correspondência um-para-muitos. No quadro 2, temos um exemplo⁵:

Tenho três pacotes de iogurte. Há 4 pacotes em cada pacote. Quantos iogurtes eu tenho?

Quadro 2: Exemplo de problema de correspondência um-a-muitos
Fonte: Vergnaud (2009, p.239).

⁵ Este exemplo e análise foram retirados de Vergnaud (2009, p.243-246). Há isomorfismo entre as duas medidas envolvidas. Com a linguagem de NUNES (2005), temos que 1 pacote corresponde a 4 iogurtes. Portanto utilizaremos os termos isomorfismo de medidas ou correspondência um-para-muitos para denominar este tipo de problemas.

Os problemas com um único espaço de medidas se apresentam como o exemplo no quadro 3.

São necessários 2 metros de tecido para fazer uma saia. São necessários três vezes mais para se fazer um conjunto. Quanto de tecido é necessário para se fazer um conjunto?

Quadro 3: Exemplo de problema com um único espaço de medida
Fonte: Vergnaud (2009, p.262).

Esse problema, apesar de ser uma correspondência, não nos permite elaborar um isomorfismo de medidas, uma vez que a correspondência ocorre entre duas quantidades e dois objetos.

Neste caso, temos: $x \text{ metros} = 2 \text{ metros} \times 3$. Segundo Vergnaud (2009, p.262) esse exemplo pode provocar a reflexão dos alunos quanto a diferenciação entre operadores escalares e medidas.

Diferente dos problemas de isomorfismo de medidas que envolvem relações quaternárias, os problemas de produto de medidas envolvem três quantidades, onde a terceira delas é o produto das outras duas. Pensemos no exemplo apresentado no quadro 4:

Três rapazes e quatro moças querem dançar. Cada rapaz quer dançar com cada moça e cada moça, com cada rapaz. Quantos seriam os casais possíveis?

Quadro 4: Exemplo de problema de produto de medidas
Fonte: Vergnaud (2009, p.253).

Esse problema poderia ser representado pela seguinte tabela cartesiana considerando $R = \{a, b, c\}$ o conjunto dos rapazes e $M = \{f, g, h, i\}$ o conjunto das moças, conforme figura 1.

		M			
		f	g	h	I
R	a	(a,f)	(a,g)	(a,h)	(a,i)
	b	(b,f)	(b,g)	(b,h)	(b,i)
	c	(c,f)	(c,g)	(c,h)	(c,i)

Figura 1: Esquema do problema de produto de medidas
 Fonte: Vergnaud (2009, p.254).

Ou seja, cada casal é a associação de um elemento do conjunto R com um elemento do conjunto M, assim temos que:

$$x \text{ casais} = 3 \text{ rapazes} \times 4 \text{ moças}$$

No que diz respeito a essa classificação de atividades, BRASIL (1997) e os descritores da prova Brasil utilizam outras nomenclaturas como podemos observar no descritor 20 que coloca o seguinte objetivo: “resolver problemas com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória” (BRASIL⁶, 2008, p. 108).

O quadro 5 pode esclarecer as diferentes nomenclaturas utilizadas na categorização dos tipos de atividades do campo multiplicativo.

Vergnaud	Isomorfismo de medidas	Produto de medidas	Problemas com um único espaço de medidas
Outros autores/ documentos	Proporcionalidade	Configuração retangular e Combinatória	Comparação

Quadro 5: Diferentes nomenclaturas utilizadas na categorização dos tipos de atividades do campo multiplicativo
 Fonte: do autor em jun. 2016.

Ou seja, podemos pensar em problemas de proporcionalidade, de combinatória, configuração retangular e de comparação multiplicativa. No decorrer deste trabalho

⁶Disponível em: http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil_matriz2.pdf. Acesso em jun. 2016.

utilizaremos os últimos termos, pois nos permitem diferenciar a tipologia ‘produto de medidas’ em problemas de configuração retangular e de combinatória.

TAREFAS ESCOLARES MATEMÁTICAS “ANTIGAS”

O caderno inventariado⁷ pertenceu a aluna Lurdes Bettoni Borgmann da terceira série (atual quarto ano) de uma classe multisseriada do interior do município de Marechal Cândido Rondon, oeste do estado do Paraná no ano de 1974. O caderno estava em bom estado, possuía 56 páginas sem a capa. Uma das primeiras atividades que envolveram a construção do conceito de multiplicação, trabalhou com conjuntos de elementos, uma característica marcante do Movimento da Matemática Moderna e sequencias numéricas.

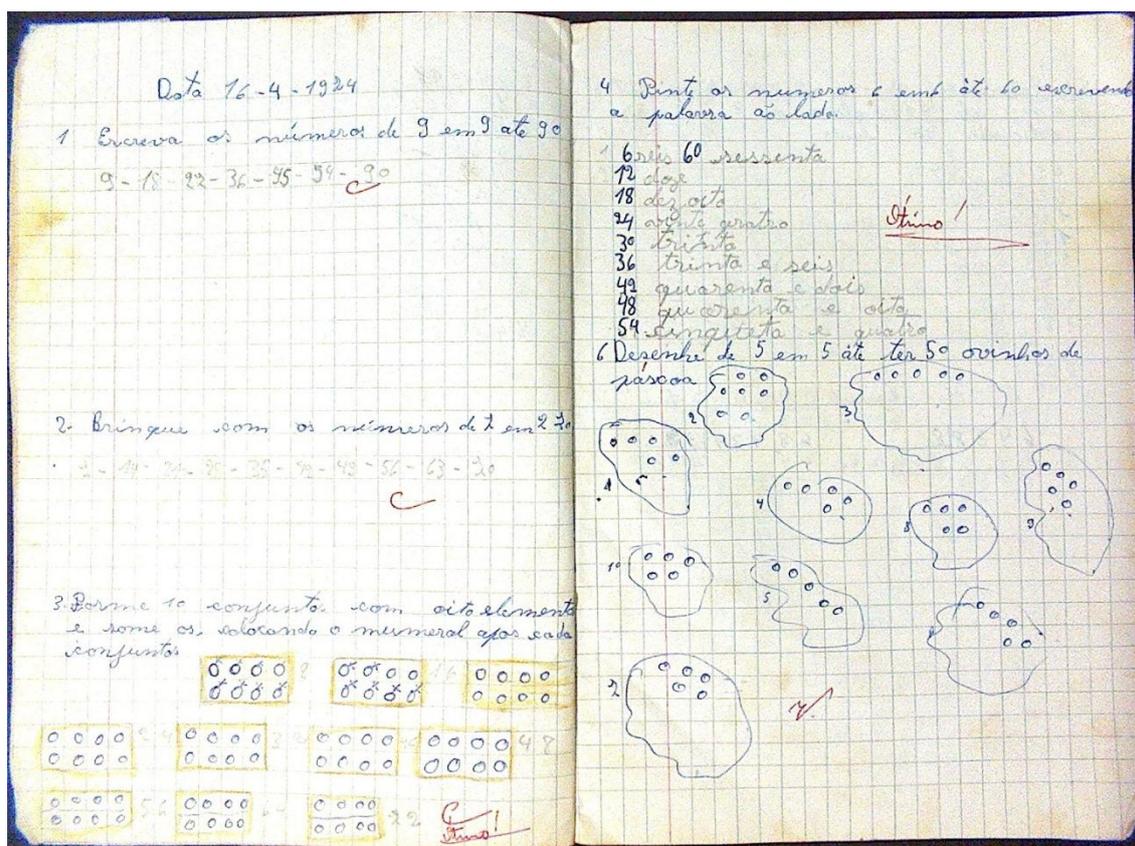


Figura 2 – Conjuntos Numéricos associados a noções multiplicativas
Fonte: (BORGSMANN, 1974)

⁷ Vale ressaltar que foram realizadas várias tentativas para encontrar mais cadernos, mas este foi o único de matemática que conseguimos. O arquivo digital do caderno está sendo preparado para envio ao Repositório Digital do Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática no Brasil (GHEMAT) Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769>. Acessado em: 08 de março de 2017.

Três páginas depois (figura 3), encontramos várias expressões numéricas que não apresentaram o desenvolvimento da tarefa por parte do aluno, colocando em dúvida a maturidade e o entendimento das propriedades dos conceitos envolvidos.

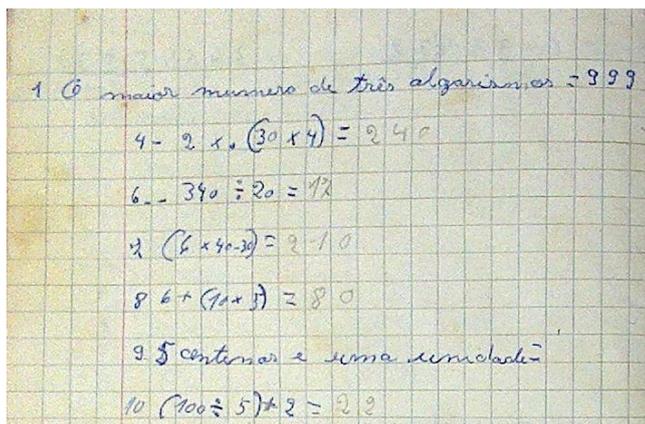


Figura 3 – Expressões numéricas envolvendo as quatro operações
Fonte: (BORGSMANN, 1974)

Ao lado de “carroções” de operações multiplicativas aparece uma atividade num formato bem diferenciado (figura 4). Seriam indícios da matemática moderna (canto direito)?

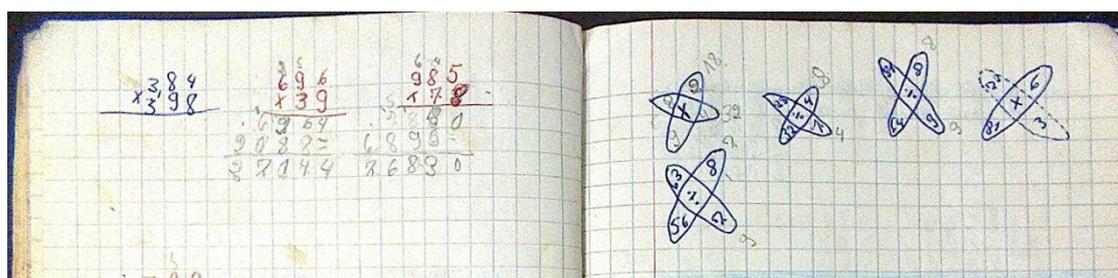


Figura 4 – Contrastes em operações de multiplicação.
Fonte: (BORGSMANN, 1974)

Em relação a exercícios mais contextualizados, aparecem problemas que envolvem (a) o cálculo de área de quadrado; (b) dada a distância e a velocidade média, calcular o tempo de deslocamento, entre outros.

Mais no final do caderno temos uma sequência de três problemas: “Mãe comprou 23 metros de fazenda, pagando 85,00 o metro. Quanto gastou?”; “Papai comprou um terreno de 85 metros de comprimento 23 de largura. Quantos metros de arame são

necessários para cercar⁸ este terreno?"; Mamãe fez uma compra de 8632,00. Pagou em 48 prestações? De quanto é cada prestação? ”.

TAREFAS MATEMÁTICAS ATUAIS

Fizemos aqui uma breve análise quanto a tipologia de tarefas utilizadas para o ensino da multiplicação no caderno de um aluno do segundo ano do ensino fundamental de uma escola municipal do município de Toledo do estado do Paraná. Reparamos que a primeira atividade sobre multiplicação envolvia a troca de símbolos por valores pré-determinados por uma tabela como podemos reparar na figura 5.

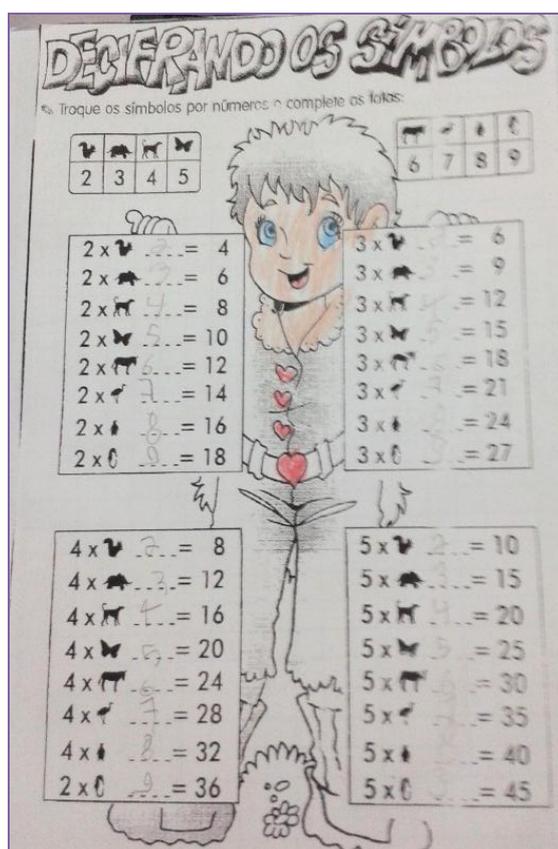


Figura 1: Atividade 1 de tabuada
Fonte: caderno do aluno em jun. 2016.

⁸ Respeitamos a mesma grafia encontrada no caderno.

Isto levantou-nos os questionamentos: Como a professora introduziu a atividade acima? Os alunos compreenderam o que significavam os símbolos? Compreenderam a ideia da tabuada? Será que uma turma do 2º ano já tem amadurecimento suficiente para trabalhar e entender a tabuada? Perguntas estas, que ficaram abertas...

Outra atividade que nos causou certo impacto, pois como nos aponta BRASIL (1997), por mais que 4×3 tenha o mesmo resultado que 3×4 os esquemas de pensamento envolvidos são distintos:

Tenho que tomar 4 comprimidos por dia, durante 5 dias. Quantos comprimidos preciso comprar?

A essa situação associa-se a escrita 5×4 , na qual o 4 é interpretado como o número que se repete e o 5 como o número que indica a quantidade de repetições. Ou seja, tal escrita apresenta-se como uma forma abreviada da escrita $4 + 4 + 4 + 4 + 4$.

A partir dessa interpretação, definem-se papéis diferentes para o multiplicando (o número que se repete) e para o multiplicador (o número de repetições), não sendo possível tomar um pelo outro. No exemplo dado, não se pode tomar o número de comprimidos pelo número de dias. Saber distinguir o valor que se repete do número de repetições é um aspecto importante para a resolução de situações como esta. (BRASIL, 1997, p. 71).

Assim $5 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4$ e $4 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5$ o que não confere com a atividade encontrada no caderno analisado (figura 6).

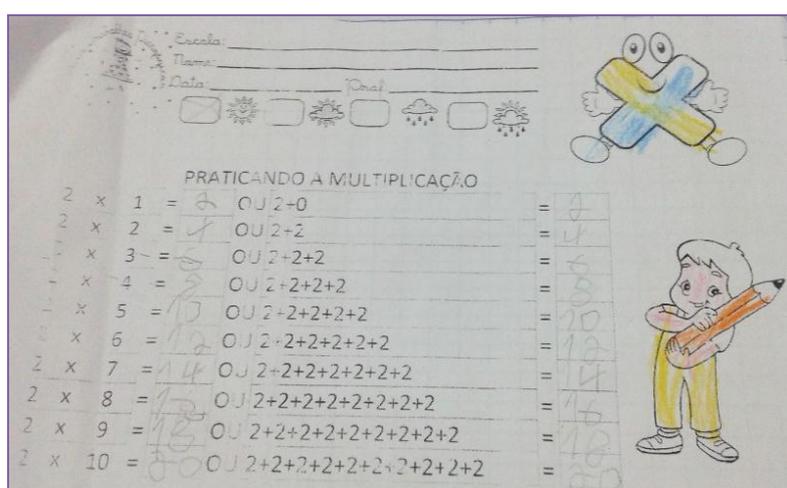


Figura 6: Atividade 2 de tabuada
Fonte: caderno do aluno em jun. 2016.

Ewbank (2002, p.175) aponta que muitos professores aplicam “a propriedade comutativa da multiplicação, sem se dar conta de que há situações em que essa propriedade não se aplica”, como podemos observar no caderno do aluno analisado.

Outras duas atividades encontradas no caderno envolviam a configuração retangular e a correspondência um-para-muitos como podemos observar na figura 7:



Figura 2: Atividade de configuração retangular e de correspondência um-a-muito
Fonte: do caderno do aluno em jun. 2016.

A atividade da figura 8, se pensada da última maneira descrita, poderia colocar os alunos para refletir sobre o aspecto da comutatividade da multiplicação, ainda que resolvessem por adição reiterada, que foi o que aconteceu, basta reparar que no caso da aranha onde provavelmente houve um engano nas contas, pois tem como resposta 31 ao invés de 32 patas (considerando que o solicitado fosse que, no espaço indicado, se colocasse a quantidade de patas de todas as aranhas).

Na página anterior do caderno, na atividade de configuração retangular (figura 7), havia a multiplicação $4 \times 8 = 32$, e três páginas antes estava a tabuada (figura 5). Assim percebemos que o aluno não soube relacionar essas informações, pois se assim tivesse feito perceberia o equívoco em sua conta. Como possíveis motivos para isso apontamos o não entendimento do conceito, uma vez que isso estamos nos referindo a alunos do segundo ano. Não encontramos atividades específicas do raciocínio combinatório.

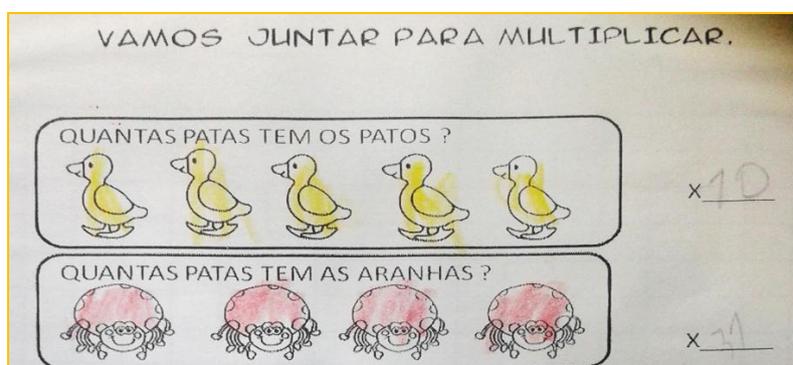


Figura 8: Atividade de correspondência um-a-muitos detalhada

Fonte: do caderno do aluno em jun. 2016.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma primeira observação que pode ser feita após a verificação das tarefas propostas nos cadernos dos dois alunos é que “os conteúdos transformam-se ao longo do tempo” e que “não é fácil apreender essa evolução nos textos nem nos programas oficiais, mas ela é visível nos cadernos dos alunos” (CHARTIER, 2007, p.31).

O caderno de 1974 de uma classe multisseriada revela que o professor estava em contato com novas formas de ensinar a multiplicação que é evidenciado com a abordagem da teoria dos conjuntos, expressões numéricas e atividades para completar os espaços. Porém ainda estavam muito presentes os chamados “carroções”, operações com dois ou mais dígitos no multiplicando. Os problemas em sua maioria envolveram um espaço de medidas ou o cálculo de áreas.

Nos dias atuais, o assunto dos campos conceituais especificamente o campo multiplicativo está sendo bastante discutido, pois as formações como o Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), que visam proporcionar uma formação continuada e de qualidade para os professores dos anos iniciais, abordam esse tema. Percebemos que algumas mudanças já estão ocorrendo, ainda que de maneira gradual. Essa percepção vem do fato de que havia problemas de multiplicação que possibilitavam discussões e reflexões ricas que poderiam levar os alunos a ver a multiplicação não somente como a adição de parcelas iguais. Mas para que isso aconteça é preciso que o professor tenha uma visão clara

do conceito da multiplicação para que possa orientar os alunos para a reflexão, uma vez que:

Tarefas significativas por si só, não são suficientes para um ensino eficaz. Os professores devem, também, determinar: quais os aspectos a realçar numa dada tarefa; como organizar e orientar o trabalho dos alunos; que perguntas fazer de modo a desafiar os diversos níveis de competência dos alunos; como apoiá-los. (NCTM, 2007, p.20).

No caderno da atualidade, percebemos que o professor trabalhou com problemas do campo multiplicativo diversificados, porém eles ainda têm uma visão estreita a este respeito, ou seja, utilizam as atividades sem perceber o motivo e a importância dessa diversificação, que é tão necessária para a aprendizagem dos alunos.

As tarefas que selecionamos deste caderno já não eram manuscritas, mas sim, em sua maioria, impressas pelo professor. Fica o questionamento de Anne-Marie Chartier: “Em que se converterão os cadernos escolares, agora que os teclados e as telas penetram, de forma mais ou menos rápida, nas escolas do planeta? Que pedagogia popular poderão conceber os docentes em tempos de Internet?” (CHARTIER, 2007, p.32).

REFERÊNCIAS

ALENCAR, Edvone de Souza de. Um estado do conhecimento sobre a formação contínua de professores dos anos iniciais no campo multiplicativo. In: Encontro Paulista de Educação Matemática. **Anais do XII Encontro Paulista de Educação Matemática**. Birigui : SBEM-SP: IFSP, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (PCN)**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. PDE: **Plano de Desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores**. Brasília : MEC, SEB; Inep, 2008.

BORGMANN, Lurdes Bettoni. Caderno Escolar de Matemática, 3º ano, 1974, Marechal Cândido Rondon, Paraná.

CANOAS, Silvia Swain; **O campo conceitual mutiplicativo na perspectiva do professor das series iniciais (1ª a 4ª série)**. 1997. 209p. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática). Pontifca Universidade Católica (PUC), São Paulo, 1997.

CHARTIER, Anne-Marie. Os cadernos escolares: organizar os saberes, escrevendo-os. **Revista de Educação Pública**. Cuiabá, v.16, n. 32, 2007, p. 13-33.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**, Porto Alegre, v. 2, p. 177-229, 1990.

EWBANK, Mara Sílvia André. O ensino da multiplicação para crianças e adultos: conceitos, princípios e metodologias. **2002, 256p. Tese (Doutorado)- Universidade Estadual de Campinas- Faculdade de Educação, Campinas, 2002.**

FRANCHI, A. Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. In MACHADO, S. D. A.; **Educação Matemática, uma nova (re)introdução**. São Paulo. EDUC,2010.

GVIRTZ, Silvina. **Del currículum prescripto al currículum enseñado: una mirada a los cadernos de classe**. 1ª Ed. Reimp. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 2009.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. (éds.) **Savoirs en (trans) formation** – Au coeur des professions de l'enseignement et de la formation. Bruxelles: Éditions De Boeck Université, 2009.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**. Campinas, SP: SBHE, n. 1, p. 9-44, 2001.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Tradução: Associação dos Professores de Matemática. Principles and Standards for School Mathematics. 2ed. Lisboa, 2007.

NUNES, Terezinha. A origem dos conceitos de multiplicação e divisão. In NUNES, Terezinha. **Educação Matemática: Números e operações numéricas**. São Paulo. Cortez, 2005.

VERGNAUD, Gérard. **La théorie des champs conceptuels. Recherche en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, vol. 10, n. 2.3, pp. 133 a 165, 1990.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade**. 3. ed. Tradução: MORO, M. L. F. Curitiba. UFPR. 2009.

VIDAL, Diana Gonçalves. Cultura e prática escolares: uma reflexão sobre documentos e arquivos escolares. In: SOUZA, Rosa Fátima. VALDEMARIN, Vera Teresa (org.). **A cultura escolar em debate: questões conceituais, metodológicas e desafios para a pesquisa**. Campinas: Autores Associados, 2005, p. 3-30.